

# 光纤中超短光脉冲特性的计算机模拟

常增虎 魏志义 杨鸿儒

(中国科学院西安光机所)

**摘要** 本文从理论上分析了具有自相位调制的光脉冲在色散介质中的传播特性,从而解释了超短光脉冲的压缩机理;并用严谨的数学步骤,将各种文献中形式各异的非线性薛定谔方程归结为统一的形式,避免了因符号定义不同而易于引起的混淆。针对该方程的特点,找到了合适的数值求解法,利用微机获得了在不同色散的介质中,光脉冲振幅、频谱、相位、啁啾等沿光纤方向变化的定量关系曲线。结果表明:在正色散介质中,脉宽及带宽均展宽,而在负色散介质中,脉冲沿传播方向越来越窄,表现为孤子效应。最后结合光栅对,给出了用光纤、光栅对获得 $1.06\mu\text{m}$ 超短光脉冲时系统各部分的最佳参量。

**关键词** 光纤;超短光脉冲;计算机模拟

## 0 引言

在飞秒激光技术的研究中,各种光学元件所形成的自相位调制及群速色散是影响超短光脉冲宽度进一步变窄的主要原因,因此,结合自相位调制(SPM)及群速色散(GVD)的不同特性,利用光学元件进行啁啾补偿,从而实现对超短光脉冲的压缩,是近年来获得最短光脉冲最活跃的手段<sup>1-3</sup>。

目前压缩超短光脉冲常用的是光纤、光栅对系统<sup>1</sup>。当光脉冲在光纤中传播时,随着光纤长度的增加,压缩会出现饱和效应<sup>4</sup>。另外,根据光脉冲在光纤中频带的加宽,光栅对的参数要受到一定的限制。因此,合理的选择最佳光纤长度及光栅参数,对于有效地压缩超短光脉冲的宽度具有极为重要的意义。本文结合非线性薛定谔方程,利用数值算法,用计算机求得了光纤中光脉冲的传播特性,为超短光脉冲的压缩提供了理论依据。

## 1 原理

我们知道,当场强为 $E(t)$ 的光脉冲通过具有自相位调制的非线性介质时折射率具有如下的形式<sup>5</sup>:

$$n = n_0 + n_2 \langle E^2(t) \rangle \quad (1)$$

其中 $n_0$ 为与光强无关的静态折射率, $n_2$ 为非线性折射率系数,如果介质的长度为 $L$ ,波矢为 $k$ ,则所产生的附加相移 $\Delta\Phi(t)$ 为<sup>6</sup>:

$$\Delta\Phi(t) = kn_2 L \langle E^2(t) \rangle \quad (2)$$

即脉冲的不同时刻 $t$ 对应于不同的相移,此即为自相位调制,由此而引起的脉冲不同时刻的频移 $\Delta\omega(t)$ 为:

$$\Delta\omega(t) = -\frac{\partial \Delta\Phi(t)}{\partial t} \quad (3)$$

从而使脉冲的不同部位形成不同的即时频率分布, 这种现象通常用啁啾  $c(t)$  来描述:

$$c(t) = \frac{\partial \Delta\omega(t)}{\partial t} = -kn_2 L \frac{\partial^2}{\partial t^2} \langle E^2(t) \rangle \quad (4)$$

其中  $c(t) > 0$  对应于正啁啾,  $c(t) < 0$  对应于负啁啾, 当这种具有啁啾的脉冲通过色散介质时, 根据不同的情况, 脉冲形状的变化不外乎表 1 所列的四种情形。

表 1 啁啾脉冲在群速色散介质中的变化

啁啾	频率随时间变化	色散	速度随时间变化	脉宽变化
+	前低后高	$+, -\frac{\partial v_g}{\partial \omega} > 0$	前快后慢	展宽
+	前低后高	$-, -\frac{\partial v_g}{\partial \omega} < 0$	前慢后快	变窄
-	前高后低	$+, -\frac{\partial v_g}{\partial \omega} > 0$	前慢后快	变窄
-	前高后低	$-, -\frac{\partial v_g}{\partial \omega} < 0$	前快后慢	展宽

其中  $v_g$  为群速度。对于  $n_2$  的弛豫时间远远短于脉宽的脉冲传播过程, 前沿和后沿产生负啁啾, 中间产生正啁啾<sup>6</sup>。故由上表可知, 当这样一个光脉冲通过负色散介质时, 中间被压缩, 前后沿被展宽, 这正是孤子效应的物理机理, 而当其通过正色散介质时, 前后沿被压缩中间被展宽而形成方波, 同时脉冲频带也被展宽, 如将其再通过色散延迟线补偿光纤中脉冲各部分的相移, 脉冲则能得到进一步压缩, 这正是腔外压缩脉冲的原理所在。

## 2 数学模型

在具有色散效应的介质中, 波矢  $k$  表现为频率的函数, 将其在中心频率  $\omega_0$  附近展开, 则有:

$$k(\omega) = k_0 + \frac{\partial k}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0} (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \Big|_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (5)$$

略去高次项, 令

$$k' = \frac{\partial k}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0}, \quad k'' = \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \Big|_{\omega_0}$$

结合 (1) 式, 则在同时具有非线性效应及色散效应的介质中, 波矢  $k$  的形式可写为:

$$k(\omega, E) = k_0 + k'(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} k''(\omega - \omega_0)^2 + n_2 \langle E^2(t) \rangle \frac{\omega_0}{c} \quad (6)$$

其中  $k'$  为频率  $\omega_0$  的函数,  $k''$  为频率色散项。  $c$  为光速。在光纤中, 色散  $D$  的定义为:

$$D = \frac{\partial}{\partial \lambda} (V_g^{-1}) = - \frac{2\pi c}{\lambda^2} k'' \quad (7)$$

一些文献中也取这种定义<sup>6</sup>, 容易引起人们混淆的是另有许多文献中<sup>4, 5, 7</sup> 色散通常用无量纲的形式定义, 即:

$$D' = \lambda^2 \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \quad (8)$$

其中  $n$  为总折射率, 不难证明,  $D'$  与  $D$  有如下的关系:

$$D' = -c\lambda D \quad (9)$$

显然, 这两者是完全不同的, 本文我们取(7)式的定义, 于是在正色散介质中, 由于  $k'' > 0$ , 因而  $D < 0$ ,  $\frac{\partial V_g}{\partial \lambda} > 0$ , 而在负色散中  $D > 0$ ,  $\frac{\partial V_g}{\partial \lambda} < 0$ 。

我们将沿  $Z$  方向传播的光脉冲用正比于电场强度的函数  $u(z, t)$  来描写, 这样光场中的功率  $P$  可以表示为:

$$P = P_0 |u|^2 \quad (10)$$

式中  $P_0$  为常数。设在中心频率  $\omega_0$  附近的波函数为:

$$u(z, t) = u_0 \exp[i(\omega_0 - \omega)t - i(k_0 - k)z] \quad (11)$$

结合(6)式, 可以求得  $u$  满足的非线性薛定谔方程为:

$$-i \frac{\partial u}{\partial z} = i k' \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{2} k'' \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + k_2 P_0 |u|^2 u \quad (12)$$

式中  $k_2 = \frac{\omega_0}{c} \cdot \frac{n_2 |E|^2}{P}$ , 定义  $P/|E|^2$  为光纤的有效截面  $A_{\text{eff}}$ , 令  $t_0, z_0,$

$P_0$  分别为时间、距离及功率的单位量, 并满足:

$$\begin{cases} t_0^2 / z_0 = |k''| \\ (z_0 P_0)^{-1} = k_2 \end{cases} \quad (13)$$

再作变换:

$$\begin{cases} s = (t - k'z) t_0 \\ \xi = z / z_0 \end{cases} \quad (14)$$

则(12)式可变为归一化的形式:

$$-i \frac{\partial u}{\partial \xi} = \pm \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + |u|^2 u \quad (15)$$

其中右面第一项为群速色散, 对于负群速色散,  $k'' < 0$ , 前面取正号; 对于正群速色散,  $k'' > 0$ , 前面取负号, 第二项为自相位调制, 由于符号选取的不同, (14)式在不同的文献中具有不同的形式<sup>4, 8-13</sup>。

### 3 数值计算及结果

光脉冲在光纤中的传播特性可通过数值求解非线性薛定谔方程 (15) 来得到。设入射光脉冲为:

$$u(z=0, t) = A \operatorname{sech}(t/t_0) \quad (16)$$

那么脉宽 (二分之一强度处理)  $\tau_0 = 1.76 t_0$ , 将其代入 (13) 式, 并结合 (7) 式中定义的色散  $D(\lambda)$  则可以得到归一化的单位长度:

$$z_0 = 0.322 \frac{\pi^2 c \tau_0^2}{|D(\lambda)| \lambda^2} \quad (17)$$

及归一化的单位功率:

$$P_0 = \frac{A_{\text{eff}}}{4n_2 z_0} \lambda \quad (18)$$

其中  $A = \sqrt{\frac{P}{P_0}}$ ,  $P$  为入射光脉冲的峰值功率。

我们采用的数值求解方程 (15) 的方法为: 将方程中的脉冲复振幅  $u$  分解为实、虚两部  $u_1$  和  $u_2$ 。这样方程 (15) 即可转化为一对实函数  $u_1(t, z)$ ,  $u_2(t, z)$  的实数方程组。采用龙格——库塔法求解这一对偏微分方程组。在求解时  $u_1$  和  $u_2$  对时间  $t$  的二阶微分用五阶差分表示。当  $z$  的积分步长选取合理时, 可得到稳定解。整个计算过程在 AST-386 微机上进行。

将计算得到的  $u_1$  和  $u_2$  取模即得光脉冲强度包络在光纤中的变化。对其进行付氏变换, 则可得脉冲传播过程中频谱的变化。下面给出部分计算结果。

#### 3.1 负色散光纤

图 1 及图 2 为负色散光纤中振幅包络在时域及频域的分布图, 其中  $A=2$ , 从图中可以看出, 随着长度的增加, 脉冲迅速变窄, 带宽逐渐展宽, 这与负色散材料中光孤子的形成是相一致的。

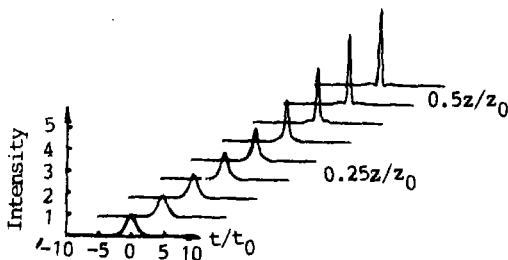


图 1. 负色散介质中振幅随时间的分布  
Fig. 1. The temporal shapes of a pulse along a fiber with negative GVD.

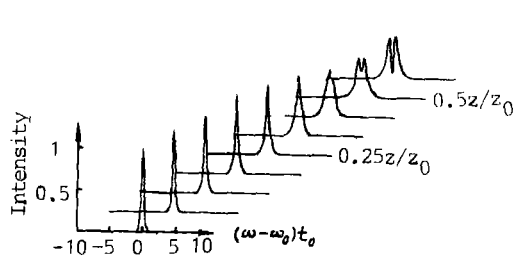


图 2. 负色散介质中振幅随频率的分布  
Fig. 2. The spectral shapes of a pulse along a fiber with negative GVD.

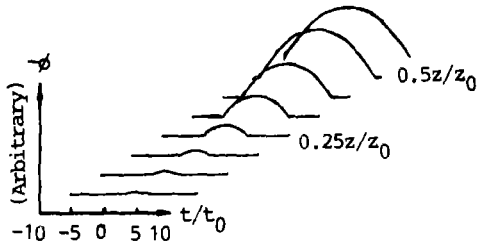
图 3. 相位  $\Phi$  随时间的分布

Fig. 3. The phase in time domain along a fiber with negative GVD.

图 3—5 分别为计算的相位  $\Phi$  在时间及频率域的分布以及啁啾  $(\omega - \omega_0)t$  的图形, 与文献 4 报导的结果相吻合, 从这些结果, 我们大致可以看到光脉冲在光纤中传播时, 其啁啾、相位及相位谱的变化情况。

### 3.2 正群速色散光纤

图 6 及图 7 为正群速色散介质中, 振幅包络在时域及频域的分布曲线。从图中可以看到, 在  $1/2$  归一化长度  $z$  处, 脉宽及带宽都增加到了 3 倍多, 脉冲逐渐成了方波波形。

在可见光及近红外区, 目前所有的光纤都呈正色散特性, 因此, 压缩该波段的光脉冲, 还必须借助色散延迟系统, 对带宽展宽了的光脉冲进行色散补偿。

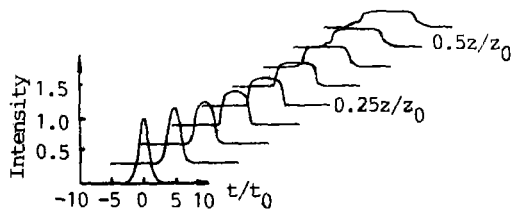


图 6. 正色散介质中振幅随时间的分布

Fig. 6. The temporal shapes of a pulse along a fiber with positive GVD.

设经光纤后光脉冲的频谱分布为:

$$v(z, \omega) = A(\omega) e^{i\Phi(\omega)} \quad (19)$$

那么当其经相位函数为  $\Phi_0(\omega)$  的色散线后, 其频谱分布变为:

$$v_c(z, \omega) = A(\omega) \exp\{i[\Phi(\omega) + \Phi_0(\omega)]\} \quad (20)$$

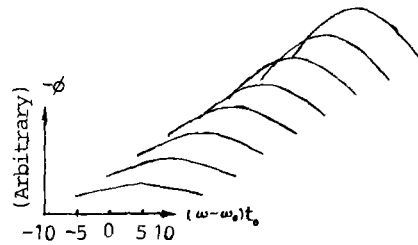
图 4. 相位  $\Phi$  随频率  $(\omega - \omega_0)t_0$  的分布

Fig. 4. The phase in spectrum domain along a fiber with negative GVD.

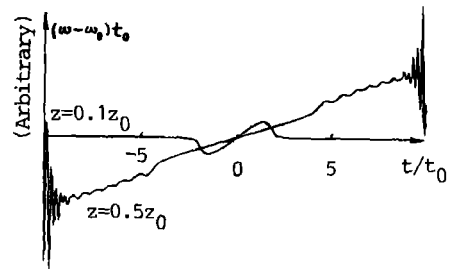


图 5. 负色散介质中啁啾随时间的分布

Fig. 5. The chirp of pulse in a fiber with negative GVD.

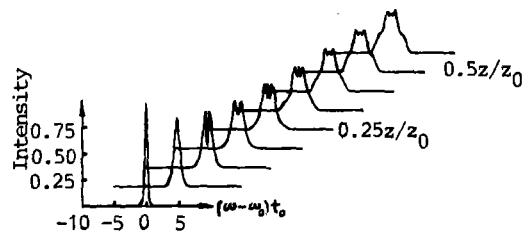


图 7. 正色散介质中振幅随频率的分布

Fig. 7. The spectral shapes of a pulse along a fiber with positive GVD.

对上式进行付里叶反变换, 我们便能得到经色散延迟系统后, 光脉冲在时间域中的强度分布, 这样也就不难知道脉宽了, 因此如果我们选择的 $\Phi_c(\omega)$ 得当, 便可以得到一个脉宽压缩了的光脉冲; 目前常用的色散延迟系统为光栅对, 为了形象的说明色散补偿的这一压缩原理, 我们举例作一计算, 选取光栅平移 $\Phi_c$ 为二次函数, 联同上述计算得 $z=z_0$ 处的振幅及相位的频谱分布 $A(\omega)$ ,  $\Phi(\omega)$ , 一起代入式(20)中进行付氏反变换, 计算求得的结果如图8所示, 其中 $a$ 为入射脉冲进入光纤前的原始形状,  $b$ 为光纤出射后的形状,  $c$ 为经光栅对后的形状, 从图中可以明显地看出光脉冲经压缩系统后变窄了, 如果合理的选择光栅系统的各参数, 使平移 $\Phi_c(\omega)$ 恰到好处, 我们便能得到光脉冲的最佳压缩。

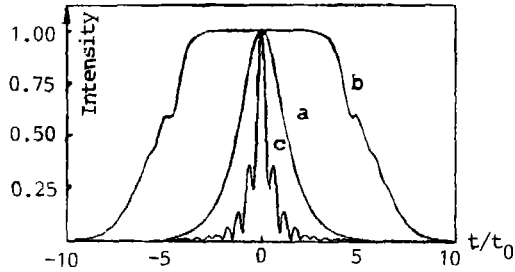


图 8 光纤—光栅对系统中光脉冲比较图

根据文献14的结论, 对于光栅对, 其相位函数及群速延迟的变分分别为:

Fig.8 The temporal shapes of a pulse in fiber-grating system. a.At the input end of fiber; b.At the output end of fiber; c.After geating.

$$\Phi(\omega) = \Phi_0 + \tau_0 (\omega - \omega_0) - \frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\mu} \quad (21)$$

$$\delta\tau = - \frac{-4\pi^2 cb\delta\omega}{\omega^3 d^2 \{1 - [(2\pi c/\omega d) - \sin\gamma]^2\}} \quad (22)$$

其中:

$$\tau_0 = bc^{-1} (1 + \cos\theta) \quad (23)$$

$$\mu^{-1} = \frac{4\pi^2 cb}{\omega^3 d^2 \{1 - [(2\pi c/\omega d) - \sin\gamma]^2\}} \quad (24)$$

在上述表达式中,  $b$ 为光栅对的中心距离,  $c$ 为光速,  $\theta$ 为入射光与衍射光间的夹角,  $d$ 为光栅常数,  $\gamma$ 为入射光与光栅法线间的夹角,  $\omega$ 及 $\Delta\omega$ 分别为入射光的频率和带宽, 考虑到文献4给出的光纤光栅对系统参数选取的经验公式:

$$z_{opt}/z_0 \approx 1.6/A \quad (25)$$

$$a_0/t_0^2 \approx \tau/\tau_0 = 1.6/A \quad (26)$$

(这里 $z_{opt}$ 为光纤最佳长度,  $\tau_0$ 为入射前的脉冲宽度,  $\tau$ 为压缩后的脉冲宽度,  $a_0$ 即为(21)式中的 $1/2\mu$ )。将(26)代入(24)式中, 经整理后可得光栅对的中心距离 $b$ 应满足:

$$b = \frac{6.4\pi c^2 d^2 [1 - (\lambda/d - \sin\gamma)^2]}{\lambda^3} \left(\frac{t_0^2}{A}\right) \quad (27)$$

设压缩光波长 $\lambda = 1.06\mu\text{m}$ , 入射角 $\gamma = 60^\circ$ , 选取常数为1200/mm的光栅对, 考虑到

$\tau_0 = 1.76\tau_0$ , 则上式可简化为:

$$b = 28.45\tau_0^2 / A(\text{cm}) \quad (28)$$

其中  $\tau_0$  的单位为 ps,  $b$  的单位为 cm, 再将查得  $1.06\mu\text{m}$  处的色散代入 (17) 式, 取  $A_{\text{eff}}$  为  $10^{-7} \text{cm}^2$ ,  $|n_2|$  为  $3.2 \times 10^{-16} \text{cm}^2/\text{W}^6$  代入 (18) 式, 分别可得归一化的单位长度及单位功率为:

$$z_0 = \frac{\tau_0^2}{0.032} (\text{mm}) \quad (29)$$

$$P_0 = \frac{82.8}{z_0} (\text{W}) \quad (30)$$

式中  $z_0$  及  $P_0$  的单位分别为 m 和 W, 假设入射光脉冲的宽度为 10 ps, 对应于 100 W 及 1 k W 两组不同的峰值功率, 结合 (25) 及 (26) 式, 可以很容易地求出所应选择的最佳光纤长度、光栅对间隔及压缩后的脉冲宽度, 计算结果列于表 2 中。

表 2 光纤长度、光栅间隔及压缩脉宽的计算结果

$\tau_0$	p	$z_0$	$P_0$	A	$z_{\text{opt}}$	b	$\tau$
10 ps	100 W	3125 m	26.5 mW	61.4	81.43 m	46.3 cm	260 fs
10 ps	1 k W	3125 m	26.5 mW	194.3	25.7 m	14.6 cm	82 fs

表中表中:  $\tau_0$ : 入射光脉冲宽度;  $\tau$ : 压缩后光脉冲宽度;  $P$ : 入射光功率;  
 $P_0$ : 归一化单位功率;  $z_0$ : 归一化单位长度;  $z_{\text{opt}}$ : 最佳光纤长度;  
 $A$ : 归一化入射光强度;  $b$ : 光栅对中心间距。

## 4 结 论

我们通过简单、明瞭的超短光脉冲压缩的物理图形及数学模型, 将不同文献中各物理量的定义和非线性薛定谔方程的不同形式进行了统一。利用该方程, 通过数值计算求得了正负色散介质中光脉冲振幅包络在时域及频域中沿光纤方向的传播特性, 并画出了相位、啁啾随时间的分布曲线, 最后选取可行的数据, 计算了光栅光纤压缩系统中, 各参量的选择和经压缩后的脉宽。

本工作得到中国科学院西安光机所所长基金的支持。

## 参考文献

- 1 Shank C V, et al. Appl Phys Lett, 1982, 40: 761
- 2 Knox W H, et al. Appl Phys Lett, 1985, 46: 46
- 3 Fork R L, et al. Opt Lett, 1987, 12: 483
- 4 Tomlinson, et al. J Opt Soc Am, 1984, B1: 1398
- 5 王清月等. 应用激光, 1986, 6(6): 281
- 6 刘颂豪等. 物理学进展, 1989, 9(3): 323
- 7 章若冰等. 光学学报, 1989, 9(7): 646
- 8 Mollenauer L F, et al. Phys Rev Lett, 1980, 45: 1095
- 9 Blow K L, et al. IEEE J Quaut, 1986, QE-22: 1109

- 10 Kuehl H H. J Opt Soc Am, 1988, B5: 709
- 11 Hasegawa A. et al. IEEE J Quaut, 1980, QE-16: 694
- 12 Tomlinson W J. et al. J Opt Soc Am, 1987, B4: 1404
- 13 Hasegawa A. et al. Appl Phys Lett, 1973, 23: 142
- 14 E Treacy E B, IEEE J Quaut, 1969, QE-5: 454

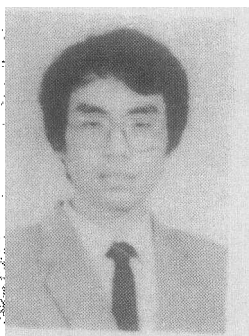
## THE COMPUTER SIMULATION OF THE CHARACTERISTICS OF ULTRASHORT LIGHT PULSE IN OPTICAL FIBER

Chang Zenghu, Wei Zhiyi, Yang Hang Hongru

*Xian Institute of Optics and Precision Mechanics, Academia, Sinica*

**Abstract** The characteristics of ultrashort pulse which propagates in optical fiber with self-phase modulation have been analysed in this paper, the different NL Schrodinger equations referring to different theses have also been united. Considering the special feature of the equation, we found the suitable numerical calculation, and got the relation curves of amplitude, frequency, phase and chirp along different dispersion optical fiber at different time by microcomputer. The results show: both pulse width and bandwidth are widened in positive dispersion medium, but pulse width is getting more and more narrow along propagating direction in negative dispersion medium, which is a typical soliton pulse. Combined with a pair of gratings, we gave the optimum parameters of fiber-gratings compression system for  $1.06\mu\text{m}$ .

**Keywords:** Fiber; Ultrashort light pulse; Computer Simulation



**Chang Zenghu** associated professor, was born in Shaanxi province in 1962. He had studied electron physics before graduated in 1982. Under the supervising of professor Hou Xun, he got M.Sc and Ph.D in 1985 and 1988 respectively at Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Academia Sinica. Now he is a post-doctor in the Institute.

Dr. Chang has involved in the development of ultrahigh speed optical diagnostic instrumentation with electron optics device since 1983. He has investigated the characteristics of soft X-ray photocathodes and image tubes for picosecond soft X-ray streak and framing camera. He is also interested in the ultrafast optical phenomena studies.